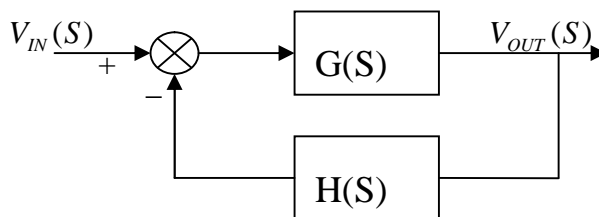


# 开关电源环路补偿概述

## 一. 环路基本结构



上图中代表了最普遍的电压环路结构，由图上可得

$$[V_{IN}(S) - H(S)V_{OUT}(S)]G(S) = V_{OUT}(S)$$

由上式可得传递函数

$$\frac{V_{OUT}(S)}{V_{IN}(S)} = \frac{G(S)}{1 + H(S)G(S)}$$

其中  $H(S)G(S)$  被称为开环增益。

在环路发生自激振荡时，即  $V_{IN}(S)=0$  时， $V_{OUT}(S)$  不为零，则可得下式

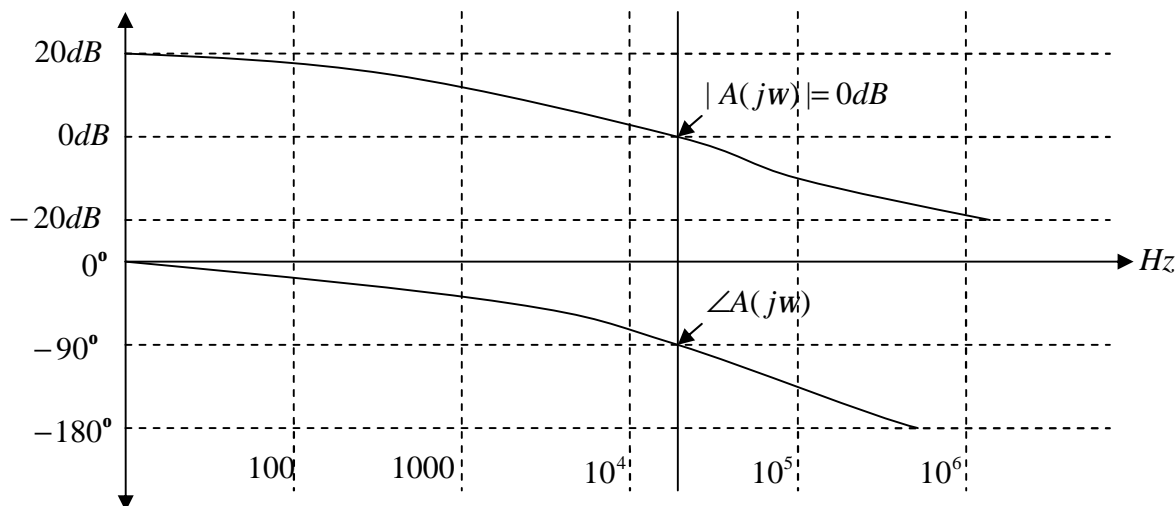
$$V_{OUT} = \lim_{V_{IN}(S) \rightarrow 0} \left[ \frac{G(S)}{1 + H(S)G(S)} V_{IN}(S) \right]$$

由此可得  $1 + H(S)G(S) = 0 \rightarrow \begin{cases} |H(S)G(S)| = 1 = 0dB \\ \angle H(S)G(S) = -180^\circ \end{cases}$

实际中的环路是不允许出现上述情况的。

## 二. 波特图及相关概念

波特图是线性非时变系统的传递函数对频率的对数坐标图，其横轴频率以对数尺度 ( $20 \lg[A(j\omega)]$ ，单位 dB) 表示，利用波特图可以看出系统的频率响应。波特图一般是由两张图组合而成，一张幅频图表示频率响应增益的分贝值对频率的变化，另一张相频图则是频率响应的相位对频率的变化。波特图示如下。



穿越频率 (crossover frequency): 增益曲线穿越 0dB 线的频率点, 即上图标出的 “ $A(j\omega)=0\text{dB}$ ” 中的  $\omega$ 。

相位裕量 (phase margin): 相位曲线在穿越频率处的相位和 -180 度之间的相位差, 即上图中  $\angle A(j\omega)+180^\circ$  所得角度。

增益裕量 (Gain margin): 增益曲线在相位曲线达到 -180 度的频率处对应的增益。

### 三. 系统稳定性判据

根据奈奎斯特稳定性判据, 当系统的相位裕量大于 0 度时, 此系统是稳定的。

准则 1: 在穿越频率处, 总开环系统要有大于 30 度的相位裕量。

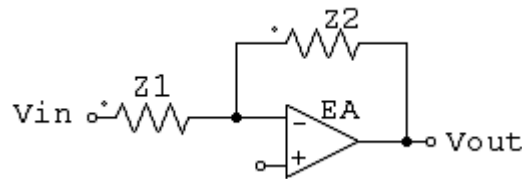
准则 2: 为防止 -2 增益斜率的电路相位快速变化, 系统的开环增益曲线在穿越频率附近的增益斜率应为 -1 (-20dB/10 倍频程)。

准则 3: 增益裕量是开环系统的模的度量, 该变化可能导致曲线刚好通过 -1 点。一般需要 6dB 的增益裕量。

(备注: 应当注意, 并不是绝对要求开环增益曲线在穿越频率附近的增益斜率为必须为 -1, 但是由于 -1 增益斜率对应的相位曲线相位延迟较小, 且变化相对缓慢, 因此它能够保证当某些环节的相位变化被忽略时, 相位曲线仍将具有足够的相位裕量, 使系统保持稳定。)

要满足上述的 3 个准则, 需要知道开环系统所有环节的增益和相位情况, 引入传递函数的零极点概念可以很好的分析这个问题。

下图的误差放大器中



阻抗用复变量  $S=j\omega=2\pi f$ , 电阻复阻抗为  $R$ , 电容  $C$  复阻抗为  $\frac{1}{SC}$ , 电感  $L$  复阻抗为  $SL$ 。则传

递函数为  $\frac{V_{OUT}(S)}{V_{IN}(S)} = \frac{Z_2(S)}{Z_1(S)}$ 。如果输入和反馈支路是由不同的电阻和电容构成的, 则幅频和相频

曲线将会有许多种形式。把阻抗  $Z_1$  和  $Z_2$  用复变量  $S(S=j\omega)$  表示, 经过一系列的数学运算, 将会得到传递函数。由传递函数就可以绘制增益/相位曲线。

通过代数运算, 把  $G(S)$  表示为  $G(S) = \frac{N(S)}{D(S)}$ , 其分子和分母都是  $S$  的函数, 然后将分子和

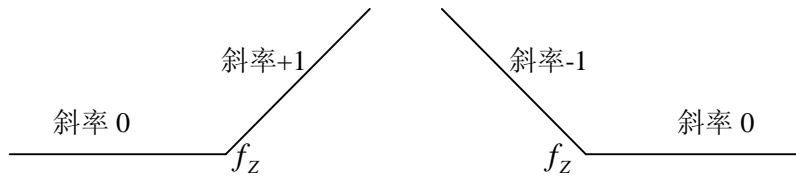
分母进行因式分解, 表示成多个因式的乘积, 即

$$G(S) = \frac{N(S)}{D(S)} = \frac{\left(1 + \frac{S}{2pf_{z1}}\right)\left(1 + \frac{S}{2pf_{z2}}\right)\left(1 + \frac{S}{2pf_{z3}}\right)}{\frac{S}{2pf_{p0}}\left(1 + \frac{S}{2pf_{p1}}\right)\left(1 + \frac{S}{2pf_{p2}}\right)\left(1 + \frac{S}{2pf_{p3}}\right)},$$

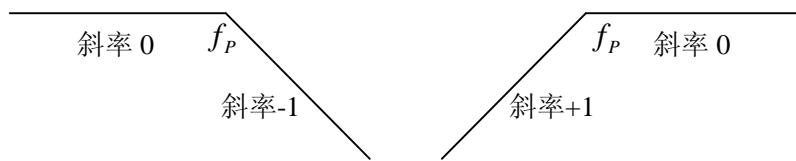
其中  $f = \frac{1}{2pR_e C_e}$ ,  $R_e$  为等效电阻,  $C_e$  为等效电容。

上式分子中对应的频率  $f_z$  为零点频率, 分母中对应的频率  $f_p$  为极点频率,  $f_0$  称为初始极点频率。

一个零点会在其零点频率处将斜率增加+1 (20dB)。零点会引起相位超前，由  $f_z$  处的零点，引起在频率  $f$  处超前的相位是  $q_{ld} = \arctan \frac{f}{f_z}$ 。如下图所示。

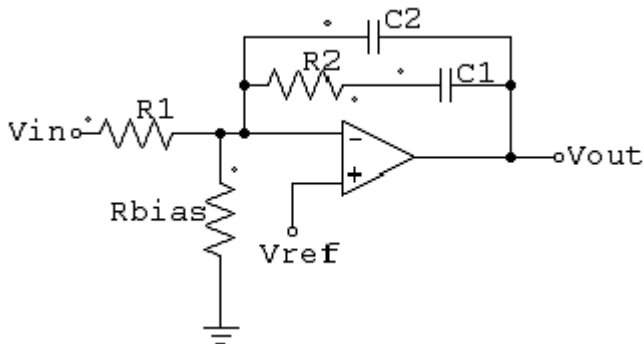


一个极点会在其极点频率处将斜率增加-1 (-20dB)。极点会引起相位滞后，由  $f_p$  处的极点，引起在频率  $f$  处滞后的相位是  $q_{lag} = \arctan \frac{f}{f_p}$ 。如下图所示。



#### 四. 常用补偿器分析

下面是 Type II 型补偿器的电路原理图



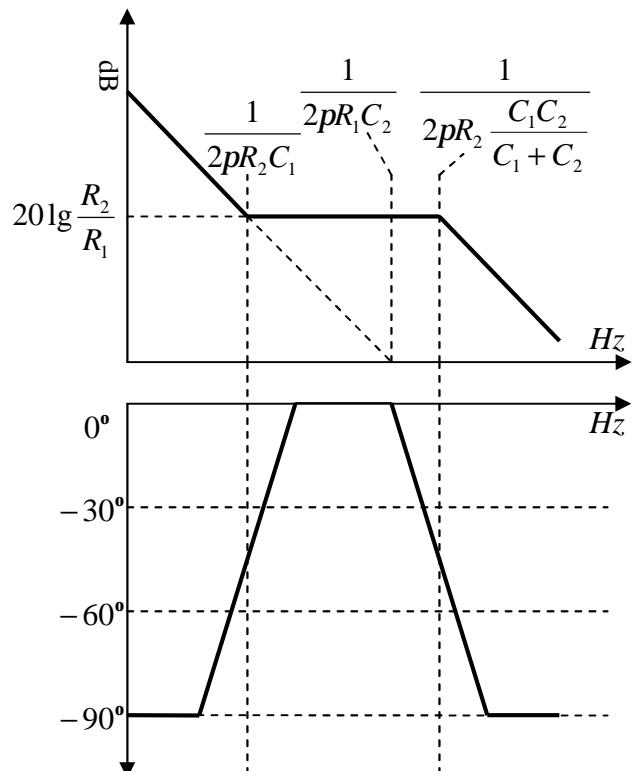
其传递函数为

$$\frac{V_{OUT}(S)}{V_{IN}(S)} = \frac{1 + SR_2C_1}{SR_1(C_1 + C_2)(1 + SR_2 \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2})}$$

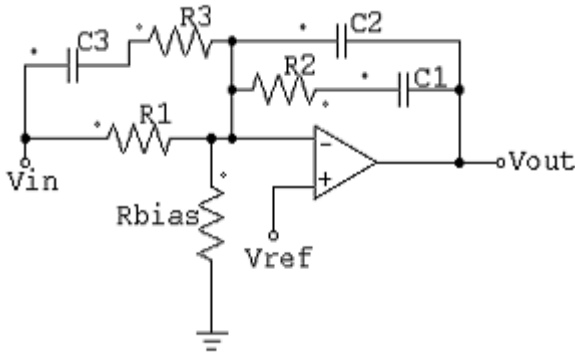
把 C2 去掉就变成了 PI 控制器，从 bode 图上看，少了极点。

图中零点  $f_{z1} = \frac{1}{2pR_2C_1}$ ，

图中极点  $f_{p1} = \frac{1}{2pR_2 \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}}$ 。



下面是 Type III 型补偿器的电路原理图

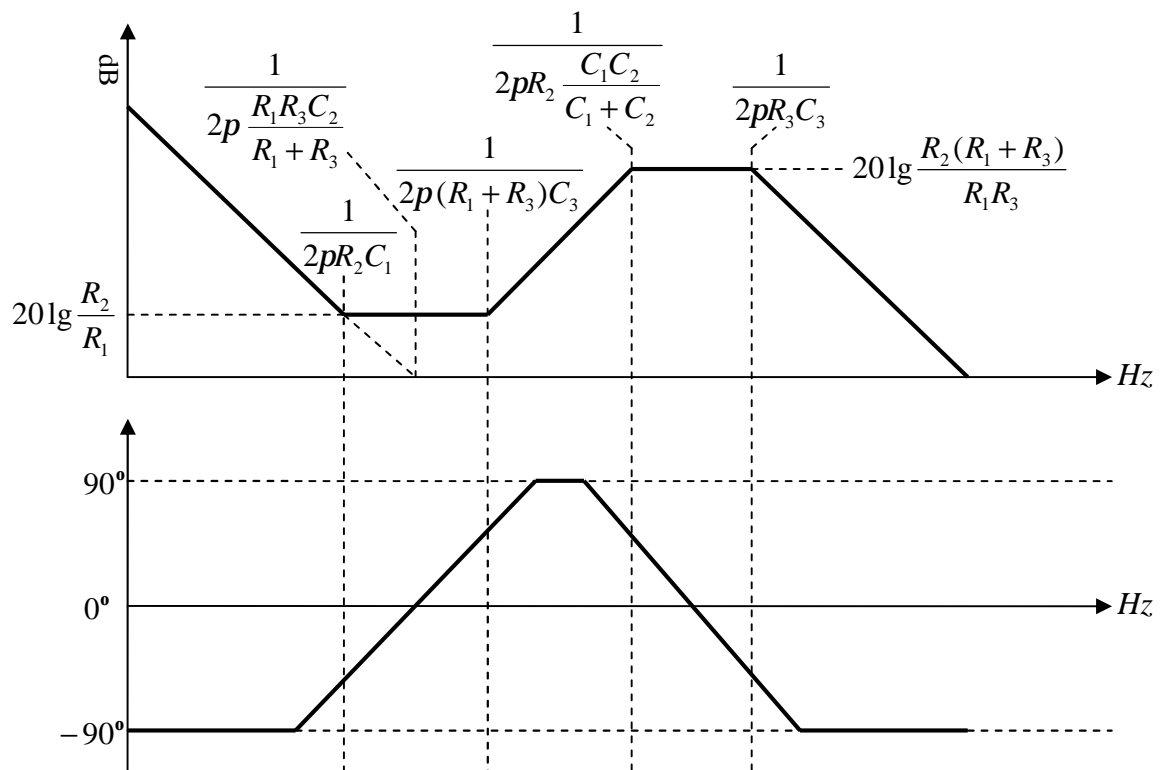


其传递函数为

$$\frac{V_{OUT}(S)}{V_{IN}(S)} = \frac{(1 + SR_2C_1)[1 + S(R_1 + R_3)C_3]}{SR_1(C_1 + C_2)(1 + SR_2\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2})(1 + SR_3C_3)}$$

$$\text{零点 } f_{z1} = \frac{1}{2pR_2C_1}, \quad f_{z2} = \frac{1}{2p(R_1 + R_3)C_3}$$

$$\text{极点 } f_{p1} = \frac{1}{2pR_2\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}}, \quad f_{p2} = \frac{1}{2pR_3C_3}$$

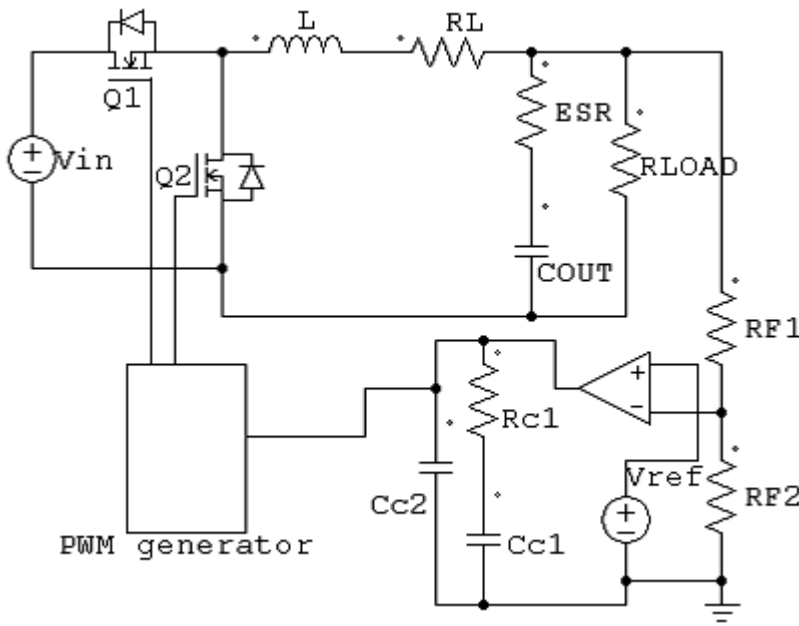


环路补偿设计步骤:

1. 收集系统参数，例如输入电压，输出电压，滤波参数等，并确定开关频率；
2. 确定功率级的零极点；
3. 确定穿越频率和补偿器的类型；
4. 确定所需要的补偿器的零极点；
5. 计算实际的电阻电容参数。

## 五. 电路实例分析

下面是同步降压 buck 电路原理图



电路参数:

输入电压  $V_{IN}=5\text{V}$ ;

输出电压  $V_0=3.3\text{V}$ ;

输出电流  $I_0=10\text{A}$ ;

开关频率  $f_s=200\text{KHz}$ ;

输出滤波电感  $L=3.3\mu\text{H}$ ;

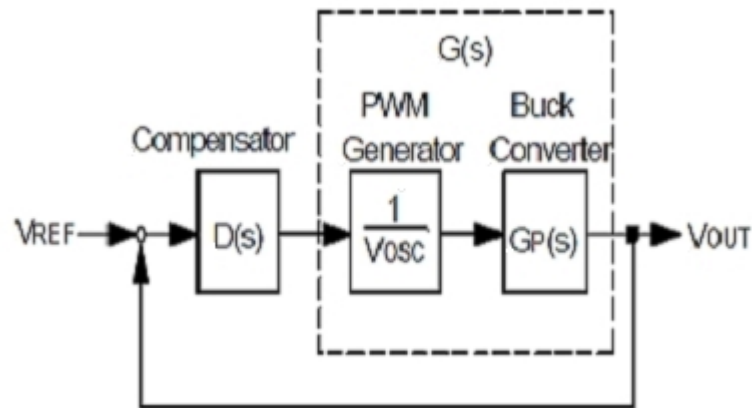
输出滤波电容  $C_{OUT}=2200\mu\text{F}$ ;

输出滤波电容  $\text{ESR}=0.018\Omega$ ;

负载电阻  $R_{LOAD}=0.33\Omega$ ;

调制器峰峰值  $V_{OSC}=1.25$ 。

下面是同步降压 buck 电路控制系统框图



$$\text{功率级传递函数 } G(S) = \frac{1 + S \cdot \text{ESR} \cdot C_{OUT}}{1 + S \left( \frac{L}{R_{LOAD}} + \text{ESR} \cdot C_{OUT} \right) + S^2 LC_{OUT}} \cdot V_{IN} \cdot \frac{1}{V_{OSC}}$$

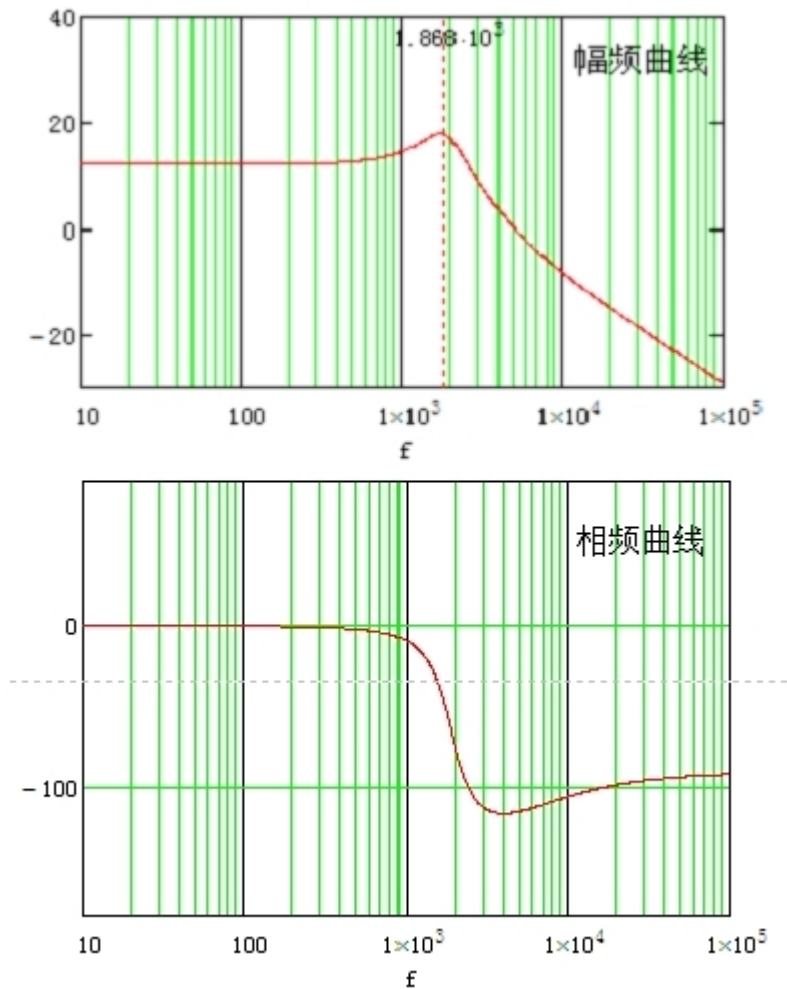
由输出滤波电感和电容引起的双极点:

$$f_{p0} = \frac{1}{2p \sqrt{LC_{OUT}}} = 1.868 \times 10^3$$

由输出电容 RSR 引起的零点:

$$f_{z0} = \frac{1}{2p \cdot \text{ESR} \cdot C_{OUT}} = 4.019 \times 10^3$$

幅频和相频特性曲线如下

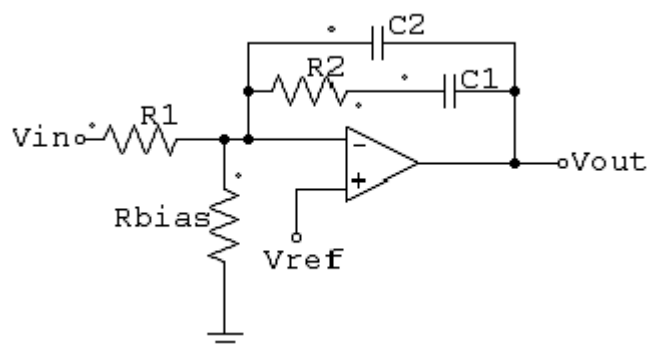


从上面的曲线中，我们可以计算出电压环的穿越频率为  $f_c = 5.016 \times 10^3$ ，相位裕度 65.415。

（问题：到目前为止开环系统已经是稳定的，还需要设计环路吗？）

根据采样定理，穿越频率( $f_c$ )必须小于开关频率的 1/2，但实际上穿越频率必须远小于开关频率的 1/2，否则在输出中将会有很大的开关纹波。这里开关频率为 200KHz，我们选择穿越频率 20KHz（1/10 开关频率）。

因为  $f_{po} < f_{zo} < f_c < f_s/2$ ，所以选择 Type II 型补偿器。如下图所示



选择补偿器的零点  $f_1 = 0.75f_{p0} = 1.40 \times 10^3$ ,

选择补偿器的极点  $f_2 = \frac{f_S}{2} = 1 \times 10^5$ ,

$$\text{则 } f_1 = \frac{1}{2pR_2C_1} = 1.40 \times 10^3,$$

$$f_2 = \frac{1}{2pR_2 \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}} = 1 \times 10^5。$$

计算实际的电阻电容参数:

$$R_{bias} = 1 \times 10^3, \text{ 则 } R_1 = \frac{V_O - V_{REF}}{V_{REF}} R_{bias} = 1.64 \times 10^3$$

开环传递函数在穿越频率处增益为 0dB,

$$\text{又 } 20\lg(|G(20 \times 10^3)|) = -14.973,$$

$$\text{则 } 20\lg\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = 14.973,$$

$$R_2 = R_1 \times 10^{\frac{14.973}{20}} = 9.194 \times 10^3,$$

$$\text{则 } C_1 = \frac{1}{f_1 \cdot 2pR_2} = 1.236 \times 10^{-8},$$

$$\text{再由 } f_2 = \frac{C_1 + C_2}{2pR_2C_1C_2}$$

$$\text{解得 } C_2 = 175.57 \times 10^{-12}。$$

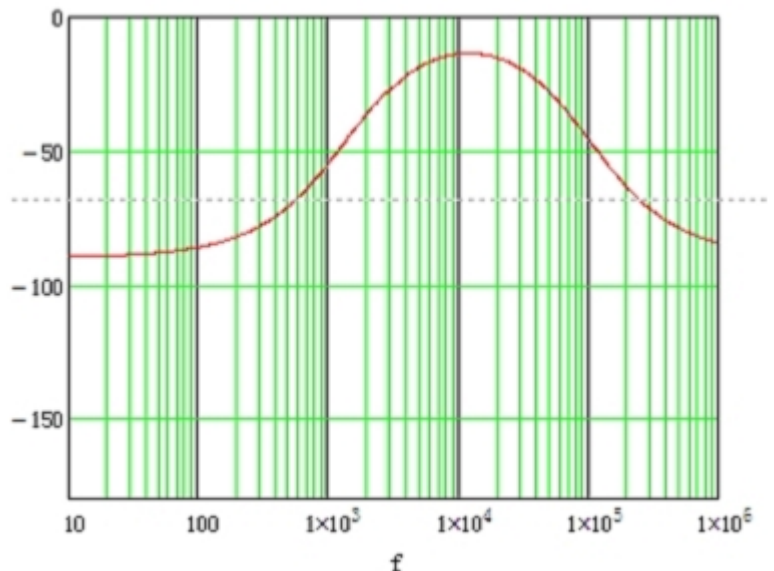
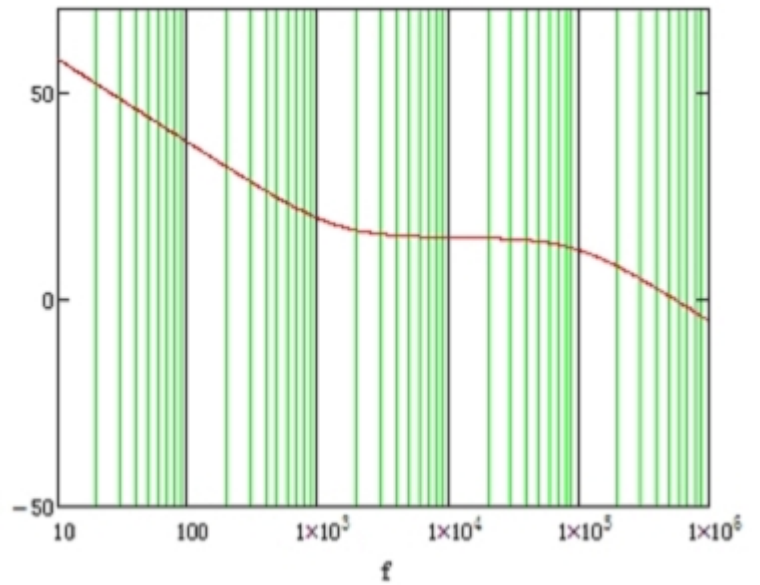
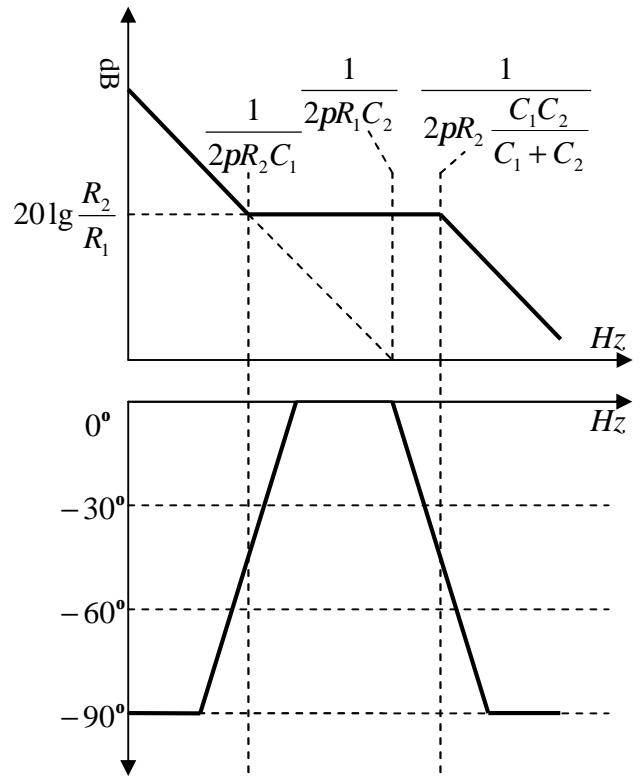
补偿电路传递函数如下:

$$D(S) = \frac{1 + SR_2C_1}{SR_1(C_1 + C_2)(1 + SR_2 \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2})}$$

$$D(f) = \frac{1 + j2pfR_2C_1}{j2pfR_1(C_1 + C_2)(1 + j2pfR_2 \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2})}$$

$$q_1(f) = \frac{\angle D(f)}{p} \cdot 180^\circ$$

幅频特性如右图上, 相频特性如右图下。



补偿后系统总开环传递函数如下

$$T_v(f) = D(f)G(f)$$

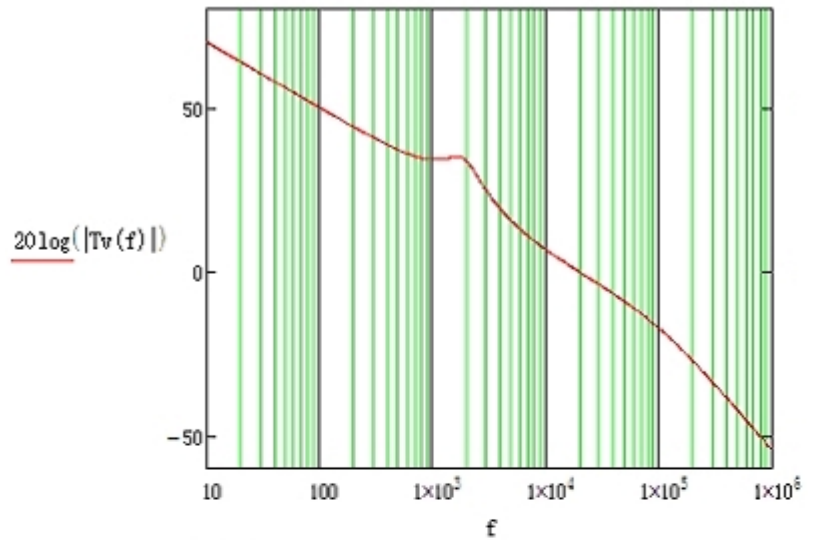
幅频及相频特性曲线如右图。

从右边的曲线中，我们可以计算出电压环的穿越频率：

$$f_c = 1.944 \times 10^4$$

然后还可以计算出电压环的相位裕量：

$$q_2(1.944 \times 10^4) + 180 = 66.427$$



$$\theta_2(f) := \frac{\arg(T_v(f))}{\pi} \cdot 180$$

